

专题 16 不等式

例题与求解

【例 1】已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{2x+5}{x+3} - x > -5 \\ \frac{3}{2} - t < x \end{cases}$ 恰好有 5 个整数解，则 t 的取值范围是 ()

A、 $-6 < t < -\frac{11}{2}$

B、 $-6 \leq t < -\frac{11}{2}$

C、 $-6 < t \leq -\frac{11}{2}$

D、 $-6 \leq t \leq -\frac{11}{2}$

【例 2】如果关于 x 的不等式 $(2m-n)x - m - 5n > 0$ 的解集为 $x < \frac{10}{7}$ 那么关于 x 的不等式 $mx > n (m \neq 0)$ 的解集为 _____.

【例 3】已知方程组 $\begin{cases} x - y = 2 \\ mx + y = 6 \end{cases}$ 若方程组有非负整数解，求正整数 m 的值.

【例 4】已知三个非负数 a, b, c 满足 $3a + 2b + c = 5$ 和 $2a + b - 3c = 1$ ，若 $m = 3a + b - 7c$ ，求 m 的最大值和最小值.

【例 6】设 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ 是自然数， $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6 < x_7$ ，

$x_1 + x_2 = x_3, x_2 + x_3 = x_4, x_3 + x_4 = x_5, x_4 + x_5 = x_6$ ， $x_5 + x_6 = x_7$ ，又 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 2010$ ，求 $x_1 + x_2 + x_3$ 的最大值.

【例 6】已知实数 a, b 满足 $1 \leq a + b \leq 4, 0 \leq a - b \leq 1$ ，且 $a - 2b$ 有最大值，求 $8a + 2003b$ 的值.

能力训练

A 级

1、已知关于 x 的不等式 $\frac{2m+x}{3} \leq \frac{4mx-1}{2}$ 的解集是 $x \geq \frac{3}{4}$ 那么 m 的值是_____

2、不等式组 $\begin{cases} x+2a > 4 \\ 2x-b < 5 \end{cases}$ 的解集是 $0 < x < 2$ ，那么 $a+b$ 的值为_____

3、若 $a+b < 0$ ， $ab < 0$ ， $a < b$ ，则 $a, -a, b, -b$ 的大小关系用不等式表示为_____

4、若方程组 $\begin{cases} x+y = m+2 \\ 4x+5y = 6m+3 \end{cases}$ 的解 x, y 都是正数，则 m 的取值范围是_____

5、关于 x 的不等式 $ax+3a > 3+x$ 的解集为 $x < -3$ ，则 a 应满足 ()
A、 $a > 1$ B、 $a < 1$ C、 $a \geq 1$ D、 $a \leq 1$

6、适合不等式 $2x-1 > -3x+14 \geq 4x-21$ 的 x 的取值的范围是 ()

7、已知不等式 $(mx-1)(x+2) > 0$ 的解集 $-3 < x < -2$ 那么 m 等于 ()

A、 $\frac{1}{3}$ B、 $-\frac{1}{3}$ C、3 D、-3

8、已知 $a \neq 0$ ，下面给出 4 个结论：① $a^2+1 > 0$ ；② $1-a^2 < 0$ ；③ $1+\frac{1}{a^2} > 1$ ④ $1-\frac{1}{a^2} < 1$ ，其中，一定成立的结论有 ()

A、1 个 B、2 个 C、3 个 D、4 个

9、当 k 为何整数值时，方程组 $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-y=9-3k \end{cases}$ 有正整数解？

10、如果 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是关于 x, y 的方程 $(ax+by-12)^2 + |ax-by+8| = 0$ 的解，求不等式组 $\begin{cases} x-a > \frac{13x+14}{b} \\ ax-3 < x+3 \end{cases}$ 的解集

- 11、已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3x-a \geq 0 \\ |x| < \frac{b}{2} \end{cases}$ 的整数解有且仅有 4 个：-1, 0, 1, 2 那么，适合这个不等式组的所有可能的整数对 (a, b) 共有多少个？

B 级

1、如果关于 x 的不等式 $ax+3 \geq 0$ 的正整数解为 1, 2, 3 那么 a 的取值范围是_____

2、若不等式组 $\begin{cases} x+a \geq 0 \\ 1-2x \geq x-2 \end{cases}$ 有解，则 a 的取值范围是_____.

3、已知不等式 $3x-a \leq 0$ 只有三个正整数解，那么这时正数 a 的取值范围为_____.

4、已知 $-1 < 2x-1 < 1$ 则 $\frac{2}{x}-1$ 的取值范围为_____.

5、若正数 a, b, c 满足不等式组 $\begin{cases} \frac{11}{6}c < a+b < 2c \\ \frac{3}{2}a < b+c < \frac{5}{3}a \\ \frac{5}{2}b < a+c < \frac{11}{4}b \end{cases}$ ，则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A、 $a < b < c$ B、 $b < c < a$ C、 $c < a < b$ D、不确定

6、一共 () 个整数 x 适合不等式 $|x-2000|+|x| \leq 9999$

- A、10000 B、20000 C、9999 D、80000

7、已知 m, n 是整数， $3m+2=5n+3$ ，且 $3m+2 > 30$ ， $5n+3 < 40$ ，则 mn 的值是 ()

- A、70 B、72 C、77 D、84

8、不等式 $|x| > |x+5|$ 的解集为 ()

A、 $x < \frac{5}{2}$

B、 $x > \frac{5}{2}$

C、 $x < -\frac{5}{2}$

D、 $x > -\frac{5}{2}$

9、已知 $\frac{2x-1}{3} - 1 \geq x - \frac{5-3x}{2}$, 求 $|x-1| + |x+3|$ 的最大值和最小值.

10、已知 x, y, z 是三个非负有理数, 且满足 $3x+2y+z=5, x+y-z=2$, 若 $s=2x+y-z$, 求 s 的取值范围.

11、求满足下列条件的最小正整数 n , 对于 n 存在正整数 k 使 $\frac{8}{15} < \frac{n}{n+k} < \frac{7}{13}$ 成立.

12、已知正整数 a, b, c 满足 $a < b < c$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$, 试求 a, b, c 的值.